

# Enseigner les mathématiques à partir de l'exploration d'un objet

Une alternative pour favoriser la participation des élèves dans les activités mathématiques

Jean-Michel FAVRE\*

«Ce qui importe, c'est de prendre quelque chose de tout à fait arbitraire, d'artificiel et le pratiquer pendant un temps assez long: tout à coup on finit par découvrir des diamants dans ce monceau d'artifices.»

François Le Lionnais<sup>1</sup>

Durant deux ans, à raison d'une matinée par semaine, je me suis essayé à faire et à faire faire des mathématiques à des élèves des classes de Chavannes, une petite école de la banlieue lausannoise qui fait partie de la Fondation de Vernand<sup>2</sup> et qui accueille des enfants handicapés mentaux légers et moyens et / ou à troubles de la personnalité.

Pour ce faire, je suis parti du postulat (Conne, Favre et Giroux, 2006) qui veut que l'enjeu principal de tout enseignement des mathématiques - que ce dernier ait lieu dans l'enseignement spécialisé ou dans l'école ordinaire - soit de donner à connaître cet univers si intrigant constitué par les nombres, les formes, leurs propriétés et leurs structures. Je cherche ainsi à en aménager certains accès à l'intention des élèves, qui leur permettent de partir à la découverte de cet univers et de l'explorer grâce à l'exercice de leur pensée. M'appuyant sur les travaux que nous menons dans le cadre du

\* Institut de Pédagogie Spécialisée (IPS) de la HEP-VD à Lausanne et Groupe de recherche de didactique des mathématiques de l'enseignement spécialisé (ddmes) à Rolle (Suisse). Courriel: jean-michel.favre-berthet@hepl.ch.

1 Cité par René Descombes (2004, p. 9).

2 Le siège de la Fondation de Vernand est à Cheseaux-sur-Lausanne, en Suisse.

groupe ddmes<sup>3</sup> qui s'intéresse depuis bientôt dix ans aux questions de didactique des mathématiques dans l'enseignement spécialisé, je cherche à utiliser des tâches qui favorisent la participation des élèves dans l'activité et leur aménagent certaines surprises, sources d'ajustements et d'adaptations divers.

L'occasion m'est donnée ici de décrire comment j'essaie de m'y prendre pour tenter d'engager les élèves des classes où je me rends chaque semaine dans des pratiques mathématiques. C'est une chose que j'ai du reste déjà tenté de faire ailleurs, dans un texte inédit (Favre, 2005) qui n'a été diffusé qu'auprès des enseignants de la Fondation de Vernand, et qui prend appui sur le déroulement d'une activité que j'avais menée dans une classe de Chavannes. Je profiterai donc cette fois-ci, à partir d'un autre support, de plutôt montrer comment je m'y prépare pour le faire...

## 1. Dispositif de travail

En tout premier lieu, il convient de préciser que si, pendant deux ans, je suis venu chaque semaine dans les classes de Chavannes pour y enseigner les mathématiques, je l'ai fait dans le cadre d'un dispositif assez particulier, dans le sens où celui-ci ne cadre pas exactement avec les conditions habituelles dans lesquelles on enseigne les mathématiques dans l'enseignement spécialisé. En tant que formateur d'enseignants spécialisés, je cherche en effet à préserver des contacts réguliers avec des élèves, non pas seulement, comme on le dit souvent, pour garder un pied dans la pratique (on pratique en effet tout aussi bien l'enseignement des mathématiques, en tant que formateur ou comme enseignant, même si, j'en conviens, les pratiques ne sont pas les mêmes), mais aussi et surtout pour aller à la rencontre des diverses populations d'élèves et d'enseignants qui constituent cet ensemble si hétérogène que l'on désigne chez nous par *enseignement spécialisé*.

La particularité de ce dispositif de travail, que j'avais expérimenté précédemment durant deux ans au Centre Thérapeutique de Jour de Nyon auprès d'élèves présentant de graves troubles de la personnalité et du comportement, tient au fait que je ne me rends dans les classes qu'une fois par semaine, à raison d'une heure environ par groupe d'enfants, que je n'y

3 Pour une présentation du groupe ddmes et de ses activités, on pourra se référer à Conne *et al.* (2003).

enseigne que les mathématiques et que je le fais toujours en présence des enseignantes<sup>4</sup> titulaires de la classe. Le choix de la composition des groupes est du ressort des enseignantes: il s'agit tantôt de classes ou tantôt de groupes spécifiquement constitués, les effectifs allant de trois à neuf élèves, de même que la durée totale de mes interventions auprès de chaque groupe qui oscille entre un demi-semester, un trimestre ou un semestre. Les contenus mathématiques qui y sont abordés sont discutés avant mes interventions, à partir d'un éventail que je présente et que je laisse aussi ouvert que possible, de façon à maximiser les choix envisageables. Enfin, je soulignerai qu'avant d'aller à Chavannes, je n'avais, à l'exception de quelques interventions très ponctuelles, encore jamais travaillé avec des enfants ou des adolescents que l'on définit, de nos jours, comme étant en situation de handicap mental.

## 2. Quelques caractéristiques des groupes et des classes que j'ai rencontrés

Après avoir décrit le dispositif dans lequel j'ai travaillé durant ces deux années, je vais maintenant évoquer certaines caractéristiques des groupes ou des classes que j'ai rencontrés. La liste n'est certainement pas exhaustive – on aurait pu relever plein d'autres aspects – et forcément subjective, mais j'essaie ici de décrire une partie des conditions dans lesquelles l'enseignement des mathématiques que j'ai mené a dû s'insérer, pour montrer comment celui-ci s'est inscrit à son tour comme une forme de réponse à ces conditions spécifiques.

La première chose qui m'a frappé à Chavannes est l'immense diversité des enfants et des adolescents que j'y ai rencontré, au point qu'après deux ans de travail dans ces lieux, je dois bien avouer que je ne sais toujours pas trop ce qui relève ou non du handicap mental. Chez certains, comme les enfants trisomiques, le handicap pouvait « se lire sur leur visage » ou au détour de certains gestes ou attitudes, alors que pour d'autres, c'était beaucoup plus diffus, voire même parfois totalement caché. Il y avait tout aussi bien des élèves qui parlaient et que je comprenais fort bien, d'autres qui ne

4 J'attribuerai le féminin au substantif «enseignant» tout au long de ce texte puisque, à une seule exception près, ce sont des enseignantes qui m'ont gentiment accueilli dans leur classe durant ces deux années.

parlaient pas du tout et d'autres que j'avais tantôt peu et tantôt beaucoup de mal à comprendre : un élève, par exemple, s'appuyait à chaque nouvelle rencontre, sur des mots et des dessins qu'il réalisait sur le tableau noir, pour tenter me faire comprendre ce qu'il voulait me dire. Quelques élèves éprouvaient également des difficultés motrices pour se déplacer, s'asseoir, dessiner ou écrire, mais la plupart d'entre eux pouvaient fort bien se mouvoir, courir et jouer au football, plier et découper une feuille de papier, faire de la couture, etc. Enfin, pour quelqu'un qui avait enseigné de nombreuses années dans un centre de jour, j'ai fort été surpris par leur calme et, dans leur grande majorité, par la bonne capacité d'attention dont ils faisaient preuve.

Une deuxième chose qui m'a également beaucoup étonné concerne les décalages considérables d'aptitudes que j'ai pu rencontrer chez un même élève. Je me souviens, par exemple d'une jeune adolescente, qui savait lire, écrire, qui était forte en grimpe et surpassait tout le monde – adultes y compris – à la corde à sauter, mais qui ne parvenait pourtant pas à se rappeler le nom des nombres de dix à vingt. En mathématiques, j'ai pu observer combien ces décalages s'actualisaient par des écarts importants entre l'âge des élèves, le niveau scolaire qui leur était attribué et les activités mathématiques sur lesquelles ils travaillaient.

Troisièmement, j'ai été également surpris comme certaines activités pouvaient être peu, voire non-investies par les élèves, une attitude qui tranchait magistralement avec d'autres surinvestissements (Conne, 2003) qu'ils pouvaient manifester. Il y avait, par exemple, un élève qui adorait calculer et qui pouvait remplir des pages et des pages de calcul, mais à qui il était quasi-impossible de poser des problèmes où il puisse utiliser ses connaissances en calcul pour les résoudre. Un autre élève adorait dessiner et se mettait au travail dès qu'une tâche lui demandait de réaliser un dessin, mais il refusait la plupart des autres supports qu'on pouvait chercher à utiliser pour le faire entrer dans une activité.

Quatrièmement, c'est le sentiment sans cesse renouvelé que, de notre position d'enseignant, on ne savait finalement jamais trop bien ce que les élèves savaient, que ce soit à cause de certaines manières de communiquer particulières, de certains mouvements d'esquive de la relation duelle ou d'une émotivité parfois débordante. Mais aussi et surtout parce que les manifestations de savoir dont les élèves pouvaient faire preuve ne s'accomplissaient souvent pas dans l'interaction directe. Ainsi, ce très jeune élève qui ne parlait pas et qui un jour a montré de manière totalement

inattendue qu'il avait parfaitement intégré les règles d'un jeu, alors même qu'au cours des différentes parties auxquelles il avait participé, on ne savait pas trop ce qu'il en avait compris et si l'essentiel du jeu ne consistait pas pour lui à ne faire que rouler les dés. Ce n'est en effet qu'à l'occasion d'une activité de pliage, organisée pour tous les élèves de la classe, qu'il s'est soudain levé pour aller chercher le jeu en question, qu'il l'a ramené à sa place, qu'il a distribué les cartes devant lui et qu'il s'est mis à mimer le déroulement du jeu, que l'on a pu s'en rendre compte. Ne pas savoir ce que les élèves savent a pour conséquence qu'il est dès lors très délicat (pour ne pas dire impossible) de vouloir chercher à s'appuyer, comment on aimerait souvent pouvoir le faire, sur les connaissances des élèves (en partant de ce qu'ils savent) pour fonder l'enseignement.

Enfin, en ce qui concerne les enseignantes que j'ai rencontrées, j'ai été maintes fois surpris par la très grande proximité qu'elles développaient avec les élèves, laquelle visait tout autant à favoriser leur entrée dans l'activité, à soutenir leur investissement, qu'à les conduire à la réussite des tâches qui leur étaient soumises. J'ai également été frappé par la très grande connaissance qu'elles avaient des élèves et des liens nombreux et quasi-immédiats qu'elles établissaient entre les conduites des élèves en situation et leurs difficultés. Ceci a d'ailleurs assurément concouru au dynamisme du dispositif, vu qu'en l'absence de telles connaissances, mes propres interprétations étaient souvent toutes autres que les leurs, ce qui suscitait régulièrement questionnements et débats au terme des activités.

### 3. Enseigner les mathématiques à l'école

Actuellement, dans l'enseignement des mathématiques en Suisse Romande, on insiste beaucoup sur l'utilisation des problèmes, comme source (conceptualisation) et comme critère (manifestation de compétences) de l'acquisition de connaissances nouvelles (Gagnebin *et al.*, 1998). En référence aux travaux des didacticiens francophones, et notamment à la théorie des situations didactiques de Guy Brousseau, on encourage l'utilisation de situations-problèmes visant l'appropriation d'un savoir par les élèves autour de la dynamique dévolution – rétroactions – situation adidactique (Brousseau, 1998). Il s'agit ainsi de placer les élèves dans une situation où ils pourront s'engager de manière autonome, effectuer des choix (prévisions) et des

ajustements de choix leur permettant d'opérer un contrôle progressif de la situation et faire en sorte que la situation elle-même leur donne en retour des informations (rétroactions) sur la pertinence des choix effectués.

A l'école maternelle, un très bon exemple de ce type de situation est donné par la séquence didactique intitulée «Le Petit Poucet» (Giroux et Sainte-Marie, 2003). La situation évoque l'histoire du Petit Poucet qui, à chaque pas, laisse tomber un caillou pour retrouver son chemin. Le but du jeu pour l'élève est d'identifier parmi trois collections de jetons celle qui convient pour se rendre à l'une des habitations placées près d'une marelle que le Petit Poucet emprunte (p. 41).

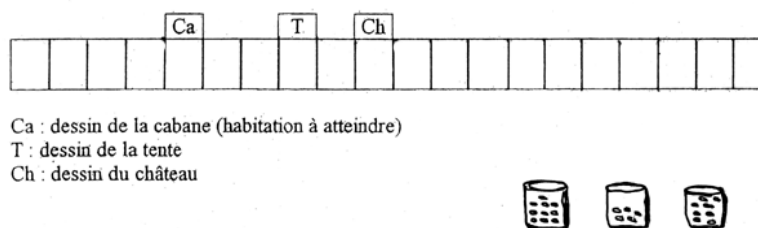


Figure 1: La marelle, les trois dessins des habitations et les trois collections de jetons.

Dans la situation effective, on utilise des verres en plastique transparent contenant les trois collections de jetons, des images pour figurer les habitations à atteindre et une marelle pour représenter les cases sur lesquelles le Petit Poucet devra à chaque fois déposer un (et un seul) jeton (figure 1). L'une des trois habitations étant désignée comme but à atteindre, on recouvre les cases de la marelle et on donne aux élèves les trois verres (chaque verre contient une collection de jetons qui permet d'aboutir à l'une des trois habitations), en leur demandant de *prévoir* quelle collection permettra d'atteindre telle ou telle habitation.

Une fois que les élèves ont effectué leur prévision – que ce soit perceptivement, par correspondance terme à terme, par dénombrement des collections ou encore au hasard, en choisissant leur couleur préférée, etc. – on leur propose de *vérifier* leur proposition. On découvre la marelle et on leur demande de réaliser le trajet à l'aide de la collection retenue, en déposant un jeton par case, afin d'observer la pertinence de la solution envisagée. S'engage ensuite un débat, mené par l'enseignante, sur la ou les manières d'opérer des prévisions adéquates, avant que l'on ne joue une nouvelle fois la situation, en modifiant la place des habitations à atteindre. La prise de

contrôle de la situation (résolution du problème) suppose que les élèves établissent une *relation d'ordre entre trois quantités*, tout en sachant que par un jeu sur les variables de situation (taille et écarts entre les collections, rang de l'habitation à atteindre, matériel utilisé pour établir les collections, vérification sur une marelle avec ou sans cases), on va progressivement favoriser l'apparition de procédés numériques, au détriment des procédés non-numériques.

#### 4. Quelques écueils rencontrés à Chavannes avec la séquence du Petit Poucet

En expérimentant à plusieurs reprises la situation du Petit Poucet dans les classes de Chavannes, je me suis heurté à plusieurs écueils. En premier lieu, les élèves auxquels je l'ai proposée n'ont pas, contrairement à ce que l'on pouvait s'attendre, comparé les collections, ni perceptivement, ni par correspondance terme à terme, ni par dénombrement. En fait, ils se saisissaient à chaque fois d'un verre au hasard et quand je leur demandais si cela était bien la collection de jetons qui permettait d'aller jusqu'à l'habitation demandée, ils répondaient par l'affirmative, mais sans s'interroger ou échanger entre eux, ni vérifier, par exemple, si une autre collection pouvait également convenir. Ils conservaient simplement le verre dans leur main, en attente de ce qui allait suivre. C'était donc un peu comme si ce qui se voulait être un problème – choisir la collection de jetons appropriée – ne s'était pas vraiment posé pour eux et qu'il s'agissait simplement de prendre l'un des trois verres en main et d'attendre le feu vert de l'enseignant pour placer les jetons sur la marelle. En second lieu, dans la phase de vérification, les élèves ne sont pas non plus parvenus à réaliser à l'aide des jetons, le trajet sur la marelle. Parfois, le trajet ne commençait pas sur la première case. D'autre fois, ils oubliaient des cases ou bien posaient deux jetons sur une même case. En outre, lorsqu'ils dépassaient ou ne parvenaient pas à l'habitation visée, cela ne leur posait pas non plus problème: la tâche – déposer chaque jeton du gobelet sur une case de la marelle – avait été plus ou moins bien menée à son terme et elle semblait se suffire à elle-même.

A mes yeux, c'était donc un peu comme s'il n'y avait eu ni prévision – c'est-à-dire un choix, selon une procédure spécifique, d'une collection de jetons adéquate – ni rétroaction – remise en cause de la procédure du fait de

l'arrivée sur la marelle à une destination inadéquate – et c'était donc toute la dynamique d'une situation a priori fort bien conçue qui s'en trouvait altérée. En fait, le seul mouvement qui semblait se dessiner dans les deux phases était un appel à l'intervention de l'enseignant dans l'activité: soit pour montrer aux élèves comment s'y prendre pour comparer les collections, soit pour les aider à placer correctement les jetons sur la marelle et signaler quand la collection choisie ne permettait pas d'aboutir à l'habitation visée. Un mouvement qui ramenait l'ensemble du problème entre les mains de l'enseignant, et rendait caduque toute possibilité d'émergence d'une dialectique prévision-rétroaction (caractéristique d'une situation a-didactique) dans la situation. Un mouvement qui pouvait par ailleurs s'interpréter comme un facteur explicatif à l'origine de la très grande proximité des enseignantes et des élèves que j'avais observée et dont j'ai déjà parlé plus avant.

## 5. Envisager les mathématiques et leur enseignement à partir d'un objet

Le travail que je vais présenter maintenant réfère pleinement au principal enjeu de l'enseignement des mathématiques annoncé dans l'introduction qui est de favoriser des accès à l'univers des nombres et des formes, en cherchant diverses façons d'amener les élèves à entrer en interaction avec cet univers, de partir à sa découverte et de l'explorer grâce à l'exercice de leur pensée.

Dans cette perspective, ce ne sera plus en priorité les savoirs (même s'ils y participent pleinement) qui serviront de supports à l'élaboration des situations, mais bien les objets eux-mêmes, soit les nombres et les formes, et c'est directement avec eux, et leurs représentations diverses, que l'on cherchera à faire interagir les élèves. Il n'y aura donc plus seulement dans la situation un savoir et une tâche permettant de se l'approprier, mais un ou plusieurs objets dont on se proposera de découvrir et de faire découvrir divers aspects. On utilisera à cet effet une variété de tâches susceptibles d'engager les connaissances préalables que les élèves ont de ces objets, tout en leur permettant d'en développer de nouvelles, à l'aune des expériences que ces diverses tâches les conduiront à réaliser.



Il m'importe ici de préciser que cette manière de procéder s'inspire directement du travail que nous menons dans le groupe ddmes, lequel vise à la production de «jeux de tâches» et l'aménagement d'«effets de surprises» pour conduire des situations auprès d'élèves de l'enseignement spécialisé (Conne *et al.*, 2003; Conne, 2004; Conne 2006). Elle converge en outre sur plusieurs plans avec l'idée de «maillage», développée par Jacinthe Giroux et Annick Ste-Marie (2006), concernant et questionnant la «dynamisation» des interactions didactiques dans les classes de l'enseignement spécialisé.

## 6. Cheminer à la découverte des étoiles<sup>5</sup>

L'étoile est une forme que j'ai beaucoup utilisée dans les classes de Chavannes et qui a été, en termes d'investissement, fort bien accueillie par les élèves, au point que certains, après avoir appris à en dessiner de diverses manières, les reproduisaient un peu partout dans les classes. Ainsi, après être parvenue pour la première fois à dessiner une étoile à cinq branches, une jeune élève s'est même exclamée: «J'ai réussi une fois dans ma vie».

Dans ce qui suit, je vais présenter le travail que l'on peut mener au sujet de la forme-étoile, travail qui permettra d'en révéler certains aspects que l'on pourra ensuite à leur tour tenter de faire découvrir aux élèves.

Une étoile, cela peut se représenter de diverses façons (figure 2).



Figure 2: Exemples de dessins d'étoiles.

5 Dans l'enseignement ordinaire, l'étoile n'est pas, en tant que telle, un objet d'enseignement. Les étoiles appartiennent à l'univers des polygones dont elle constitue certains représentants que l'on appelle des polygones étoilés. L'idée de prendre l'étoile comme un objet d'enseignement spécifique m'a été suggérée par François Conne qui l'avait déjà beaucoup utilisée lors de ses propres recherches dans l'enseignement spécialisé.

Dessiner des étoiles de différentes manières demande un certain savoir-faire. Il ne suffit pas en effet de tracer des traits l'un sur l'autre, de dessiner une forme et y ajouter des pointes ou encore de tracer une ligne brisée sans lever le crayon pour que le produit fini ait bel et bien une forme qui évoque une étoile. Il faut à chaque fois y exercer un certain contrôle – ne pas trop faire de traits, mais en faire assez tout de même, faire des pointes vraiment pointues, suivre un cheminement défini qui ramène au point de départ, etc. – au risque de ne plus pouvoir considérer les dessins réalisés comme des étoiles (figure 3).



Figure 3: Autres exemples de dessins d'étoiles.

Une fois que l'on sait dessiner une étoile à cinq branches (ou bien alors à partir d'une étoile à cinq branches déjà constituée), on peut la découper et en faire un puzzle dont les pièces révèlent les formes – cinq triangles et un pentagone «renversé» – dont elle se compose (figure 4).

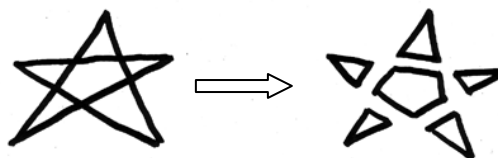


Figure 4: Une étoile «puzzle».

On peut joindre ensuite les sommets de l'étoile, puis l'effacer et remarquer que l'on obtient une forme semblable à l'une des pièces du puzzle qui précède: le pentagone (figure 5).



Figure 5: De l'étoile au pentagone.

On peut ainsi utiliser cette forme – le pentagone – pour redessiner l'étoile, puis dessiner une étoile à l'intérieur de l'étoile de départ et poursuivre de la sorte aussi loin que l'on veut (figure 6).



Figure 6: L'étoile «poupée-russe».

On peut également compter le nombre de «pointes» de l'étoile et le nombre de traits qu'il faut pour la réaliser et remarquer que ces deux nombres sont identiques et inférieurs d'une unité au nombre de pièces du puzzle (figure 7). On peut voir qu'il en est de même pour une étoile à six «pointes», sauf si on la complète en reliant deux à deux les pointes opposées (afin de rendre visibles toutes les diagonales de l'hexagone), auquel cas le nombre de pièces du puzzle «explose», passant de sept à dix-huit; ce que l'on peut encore mieux observer si l'on colorie les pièces de différentes couleurs (par exemple à l'aide de cinq, quatre, trois ou deux couleurs et en faisant en sorte que deux pièces qui se touchent ne soient pas de la même couleur).

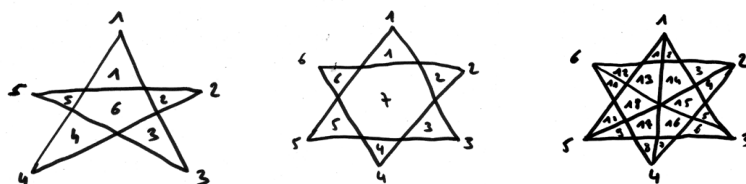


Figure 7: Les domaines d'une étoile.

En comparant la manière de dessiner une étoile à cinq branches et une étoile à six branches, on remarque que pour réaliser l'étoile à six branches, on superpose deux formes identiques (des triangles), alors que si l'on veut faire de même avec l'étoile à cinq branches, cela est bien moins pratique, car les formes ne sont pas pareilles et parce qu'il faut veiller à les ajuster correctement (figure 8).

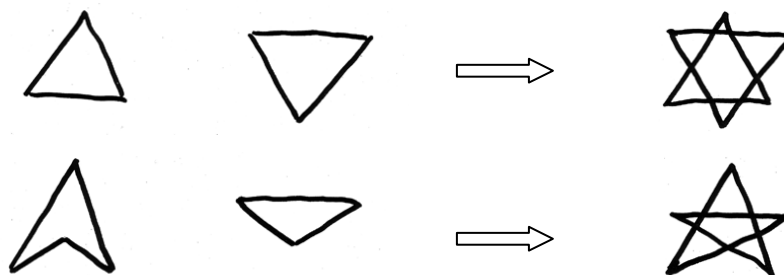


Figure 8: Dessiner des étoiles en superposant deux formes.

En revanche, s'il est très facile de construire une étoile à cinq branches d'un seul trait sans lever le crayon, il n'en va pas de même pour l'étoile à six branches où la chose est bien moins aisée (figure 9)<sup>6</sup>. On peut évidemment tenter de répéter l'opération pour des étoiles à sept, huit, neuf, ...,  $n$  branches ou sur d'autres formes, en distinguant celles que l'on peut dessiner d'un seul trait sans lever le crayon de celles où la chose est impossible.



Figure 9: Dessiner des étoiles à cinq ou six branches sans lever le crayon.

Pour dessiner des étoiles à cinq branches, on peut également s'appuyer sur des configurations de cinq points. Il suffit pour le faire de partir d'un point et, en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre, de sauter le suivant, pour le relier au troisième, puis de poursuivre en sautant le quatrième et relier le troisième au cinquième, puis de sauter le premier et relier le cin-

6 Je remercie là encore François Conne qui est à l'origine de cette découverte.

quième au deuxième et ainsi de suite jusqu'à se retrouver au point de départ (figure 10).

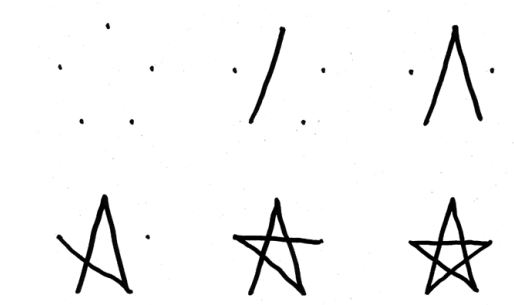


Figure 10: Dessiner une étoile à cinq branches en «sautant» un point.

On remarquera qu'en reprenant la même configuration de cinq points et en sautant à chaque fois deux points, on obtiendra la même étoile, mais «à l'envers» c'est-à-dire qu'on sera conduit à la tracer en sens inverse (figure 11).

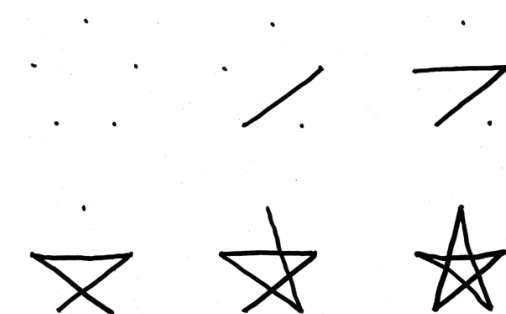


Figure 11: Dessiner une étoile à cinq branches en «sautant» deux points.

On verra également que ne pas sauter de points ou en sauter trois à chaque fois revient au même (cela permet d'obtenir un pentagone) et que sauter quatre points contraint en fait de rester sur place. On pourra ensuite prolonger l'exercice en regardant ce qui se passe pour des configurations comprenant six points (figure 12) et observer qu'il n'est jamais possible de former une étoile, que l'on saute zéro, un, deux, trois, quatre ou cinq points (où l'on reste à nouveau sur place).

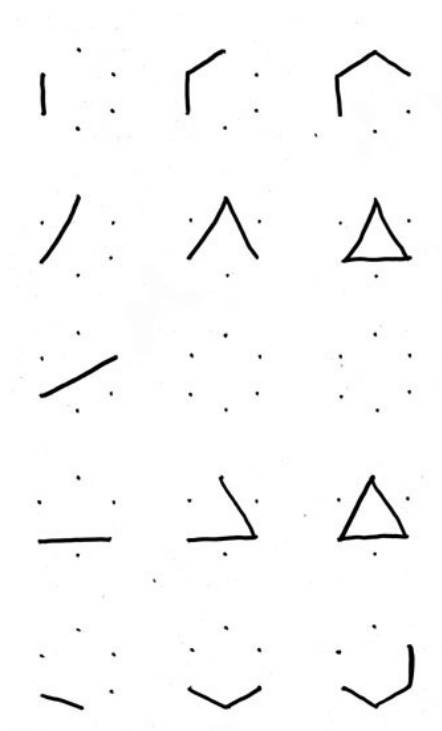


Figure 12: Dessiner une étoile à six branches en sautant des points

Et l'on pourra poursuivre de la sorte avec des étoiles à sept (ou deux étoiles différentes sont possibles selon que l'on «saute» un ou quatre, respectivement deux ou trois points, voir figure 13), huit, neuf, ...,  $n$  branches.



Figure 13: Dessiner une étoile à sept branches en «sautant» des points.

## 7. Des variétés de tâches pour aménager des accès à l'univers des étoiles

Toutes ces investigations (et beaucoup d'autres que l'on pourrait imaginer encore) apportent à celui qui s'y livre un grand nombre d'idées de tâches, en rapport avec les savoirs mathématiques qui les supportent: l'incommensurabilité du côté et de la diagonale d'un pentagone, les suites numériques, les circuits eulériens, les nombres premiers, etc., lesquelles seront susceptibles d'être ensuite proposées aux élèves en situation. Et c'est donc avec cet ensemble de tâches que je me rends dans les classes de Chavannes, avec l'intention d'aménager des accès à l'univers des étoiles, tout aussi bien pour les élèves que pour les enseignantes, des accès, cela est d'importance, qui soient à la mesure de leurs intérêts, de leurs capacités et de leur âge.

Je vais ainsi commencer par leur proposer de dessiner des étoiles, d'en dessiner des petites, des grandes, toujours de la même sorte ou alors des différentes. Puis je leur demanderai de dessiner une étoile parmi celles qui ont été réalisées par un camarade, soit celle qu'ils préfèrent ou celle qu'ils trouvent particulièrement difficile. J'essaierai aussi de leur faire dessiner une étoile à cinq ou à six pointes, d'en réaliser une avec le matériel polydron<sup>7</sup> et d'en dessiner le pourtour sur une feuille de papier. Je leur demanderai de compter les pointes, de tracer les diagonales, de colorier les formes dont elles se composent et de les compter à leur tour... Et tout au long de l'activité, ce ne sera plus vraiment l'aspect réussite qui va m'importer, mais bien plutôt l'investissement des élèves dans les tâches qui servira de guide à mes interventions. Le jeu consistant à la fois à *initier des investissements* (ce qui n'est jamais gagné d'avance) à *les faire durer*, mais aussi, à certains moments, à *en dégager* les élèves pour leur permettre d'aller plus loin ou ailleurs et de poursuivre l'exploration de l'objet qu'ils ont de la sorte entamée.

7 Les polydrons sont des formes en plastique (triangles, carrés, rectangles, pentagones, hexagones) emboîtables les uns des autres, destinées à des activités de pavages et de construction de polyèdres. Ils font partie du matériel qui accompagne les moyens d'enseignement des mathématiques en Suisse Romande.

## 8. Apports et limites

Cette manière d'envisager et de conduire l'enseignement des mathématiques à partir d'un objet ne constitue aucunement une manière innovante d'enseigner les mathématiques à des élèves en situation de handicap. Il s'agit plutôt d'une alternative qui vise à engager, et donc faire participer les élèves des classes où je me rends chaque semaine dans des pratiques mathématiques. Concevoir un enseignement à partir d'un objet appelle, on l'aura compris, un important travail d'investigation de l'objet lui-même, ce dont j'ai cherché ici à rendre compte au sujet de l'étoile. Il s'agit d'une part de révéler les mathématiques que cet objet renferme et, d'autre part, d'explicitier des tâches, diverses, qui sont susceptibles d'en dévoiler des aspects et d'en occasionner des rencontres. Notons à ce propos, même si je n'ai pas eu la possibilité d'en témoigner ici, que les réponses, écrits et productions que les élèves nous livrent en situation peuvent à leur tour constituer de nouvelles occasions de poursuivre ces investigations, en nous invitant à envisager d'autres aspects et imaginer de nouvelles tâches.

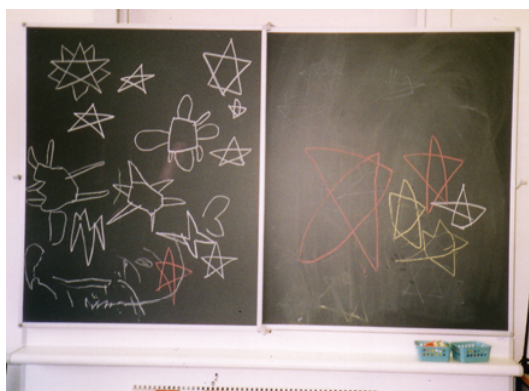
Disposer d'une grande diversité de tâches à proposer aux élèves pour leur permettre de partir à la découverte d'un objet apporte en outre, dans un contexte comme celui des classes de Chavannes, quelques éléments de réponse aux conditions spécifiques dans lesquelles l'enseignement des mathématiques va devoir se dérouler. Cela permet notamment de :

- faire face à l'hétérogénéité des groupes/classe, autrement que par une individuation de l'enseignement;
- conserver une grande souplesse d'intervention en situation en s'appuyant sur des repères autres que la seule réussite de l'activité;
- aller à la rencontre de chaque élève sans faire appel à présomptions diagnostiques, tests ou autres bilans de compétences;
- donner un statut à ce qu'ils produisent et faire cas de ce qu'il font pour les accompagner dans leur propre cheminement.

Outre l'étoile, il existe naturellement de nombreux autres objets qui constituent de tout aussi excellents supports pour s'engager et tenter du même coup d'engager les élèves dans des pratiques mathématiques. En se penchant du côté des mathématiques et des mathématiciens, il suffit d'évoquer comme exemple éloquent, l'ouvrage de six cents pages que René Descombes (2004) a consacré à la magie du seul carré ! Dans le groupe dmes, nous avons réalisé un important travail autour des quadrilatères, de



la croix et du cube. Tout récemment, j'ai initié dans une nouvelle classe de la Fondation de Vernand, un enseignement qui invite à l'exploration du triangle. Dans le domaine numérique, cela fait plusieurs années que je m'intéresse à l'usage de la calculette, considérée elle aussi en tant qu'objet (Favre, 2000 et Favre 2005). Il s'agit enfin d'un travail qu'il est également possible de réaliser dans le cadre de la formation : accompagner les enseignants spécialisés dans ce travail d'exploration d'un objet, pour leur faire imaginer des tâches susceptibles d'être ensuite proposées aux élèves de leur classe et les inviter de la sorte – pour paraphraser François Le Lionnais – à découvrir quelques diamants dans ce vaste univers des nombres et des formes géométriques.



## Références

- BROUSSEAU, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Textes rassemblés et préparés par Nicolas BALACHEFF, Martin COOPER, Rosamund SUTHERLAND, Virginia WARFIELD. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- CONNE, F., CANGE, C., FAVRE, J.-M., DEL NOTARO, L., SCHEIBLER, A., TIECHE CHRISTINAT, C., BLOCH, I. et SALIN, M.-H. (2003). «L'enseignement spécialisé: un autre terrain de confrontation des théories didactiques à la contingence», dans V. DURAND-GUERRIER et C. TISSERON (Eds). *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*, Année 2003, ARDM et IREM de Paris 7, pp.77-186.
- CONNE, F., FAVRE, J.-M. et GIROUX, J. (2006). «Répliques didactiques aux difficultés d'apprentissage en mathématiques: le cas des interactions de connaissances dans l'enseignement spécialisé», dans P.-A. DOUDIN et L. LAFORTUNE (Eds), *Intervenir au-*

- près d'élèves ayant des besoins particuliers. *Quelle formation à l'enseignement?* Québec: Presse de l'Université du Québec, Collection Education-Intervention, pp. 117-141.
- CONNÉ, F. (2003). «Interactions de connaissances et investissement de savoir dans l'enseignement des mathématiques en institutions et classes spécialisées». *Education et francophonie*, vol. XXXI n° 2: La spécificité de l'enseignement des mathématiques dans l'enseignement spécialisé. [Online] <http://www.acelf.ca/revue/collection.html>.
- , (2004). «Jouer la surprise». *L'éducateur*, 07/04, pp. 35-37.
- , (2006). «La didactique des mathématiques comme didactique d'une science étonnante». *L'éducateur*, numéro spécial consacré à la recherche en éducation, pp. 21-26.
- DESCOMBES, R. (2004). *La magie du carré. Le carré dans tous ces éclats*. Paris: Vuibert.
- FAVRE, J.-M. (2000). «Calcullette, coucou la revoilà!». *Math Ecole*, n° 191, pp. 10-20.
- , (2005). «Engager des élèves et des enseignantes des classes de la Fondation de Vernand dans des pratiques mathématiques». Texte inédit, disponible auprès de l'auteur, Lausanne.
- , (2006). «Intégrer des calculettes dans l'enseignement des mathématiques en classe spéciale: quelques idées de tâches, productions d'élèves et réflexions». *Pédagogie Spécialisée*, 2/06, Lausanne et Lucerne: CSPS, pp. 20-27.
- GAGNEBIN, A., GUIGNARD, N. et JAQUET, F. (1997). *Apprentissage et enseignement des mathématiques. Commentaires didactiques sur les moyens d'enseignement pour les degrés 1 à 4 de l'école primaire*. Neuchâtel: Corome.
- GIROUX, J. et STE-MARIE, A. (2003). *Programme de prévention au préscolaire Fluppy. Volet mathématique*. Montréal: UQAM, Document inédit.
- , (2006). «Maillage de situations didactiques dans des classes d'adaptation scolaire», dans J. Giroux et D. Gauthier (Eds), *Difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques*. Montréal: Editions Bandes didactiques, collection synthèse.